NOMBRE: ____ CURSO: ____

Instrucciones:
1) La siguiente guía está fabricada de las clases 4 y 5 de la página del Mineduc https://curriculumnacional.mineduc.cl/estudiante/621/w3-propertyname-822.html, pero aquí se encuentra ordenada y con explicaciones y más ejemplos.
2) Lee atentamente y traspasa a tu cuaderno de matemática los contenidos resumidos y con un ejemplo.
3) Desarrolla los ejercicios propuestos del texto escolar, si no lo tienes puedes realizarlos en la misma guía.
4) Para dudas puedes escribir a mi correo paulagus1@gmail.com

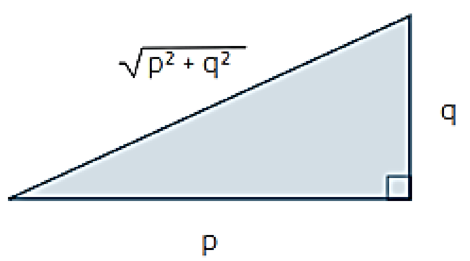
<u>Objetivo:</u> Ubicar números irracionales en la recta numérica, comparar y aproximar números irracionales

RESUMEN DE CONTENDOS.

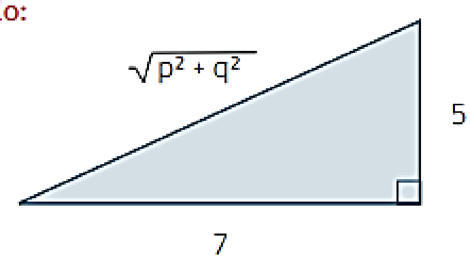
- Recordemos el teorema de Pitágoras.

¡Recuerda!

- El teorema de Pitágoras relaciona las medidas de los catetos con la medida de la hipotenusa, mediante la siguiente relación:



Ejemplo:



$\sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74} \cong 8{,}6$

- Taller del texto página 22.

Para ubicar raíces de forma exacta en la recta numérica es necesario utilizar el teorema de Pitágoras, regla y compas.

Paso 1: Para cada una de las siguientes raíces, analicen cómo podrían descomponer la cantidad subradical en una suma, de modo que cada sumando sea un cuadrado perfecto.

Por ejemplo: $\sqrt{13} = \sqrt{9+4} = \sqrt{3^2+2^2}$

Raiz irracional

descomposición en una suma de dos números cuadrados perfectos, (es decir con raíces exactas racionales)

Ejemplo 2: $\sqrt{26} = \sqrt{25+1} = \sqrt{5^2+1^2}$
Ejemplo 3: $\sqrt{61} = \sqrt{36+25} = \sqrt{6^2+5^2}$

<u>Inténtalo tu:</u>

a) $\sqrt{20} =$
b) $\sqrt{17} =$
c) $\sqrt{32} =$
d) $\sqrt{29} =$

Paso 2: Usen estos valores para construir un triángulo rectángulo cuyos catetos tengan estas medidas. En el ejemplo, como $\sqrt{13} = \sqrt{9+4} = \sqrt{3^2+2^2}$, los catetos miden 3 y 2. ¿A qué corresponde la medida de la hipotenusa? (resp: A la raíz)

Paso 3: Dibujar la raíz en la recta usando regla y compás

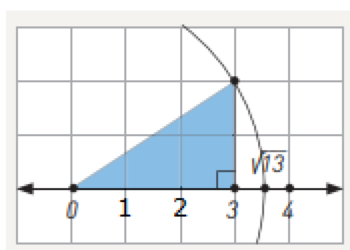
- Tracen una recta numérica, y ubiquen los números necesarios, cuidando que la medida que se utilice para la unidad sea siempre la misma.

- Construyan un triángulo rectángulo con las medidas asociadas, tal que uno de los catetos esté en la recta numérica con un extremo en el 0. Así, el otro cateto es perpendicular a la recta numérica.

- Con ayuda de un compás, tracen el arco de circunferencia con centro en el punto 0 y con el radio que corresponda a la hipotenusa hasta intersecar la recta numérica. En este punto de intersección se ubica la raíz cuadrada asociada.

Siguiendo el ejemplo, $\sqrt{13} = \sqrt{9+4} = \sqrt{3^2+2^2}$

Si observas la altura del triangulo son 2 cuadrados



Si observas la base del triangulo son 3 cuadradados

Actividad: En tu cuaderno sigue los pasos anteriores y usando la regla y compás ubica las siguientes raíces.

a) $\sqrt{20} =$
b) $\sqrt{17} =$
c) $\sqrt{32} =$
d) $\sqrt{29} =$
e) $\sqrt{37} =$
f) $\sqrt{45} =$

❖ **¿Como compramos raíces irracionales?**

En el caso de las raíces cuadradas, dos o más raíces cuadradas se pueden ordenar observando su cantidad subradical. Así, si a < b, se cumple que $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, con a, b ∈R+

EJEMPLO: $\sqrt{7} < \sqrt{11}$ ya que 7 es menor que 11

Observa el siguiente desarrollo

$(3\sqrt{5})^2 = 3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}$	| elevar al cuadrado
$3 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$	| separar en multiplicaciones
$3 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$	| conmutar
$3^2 \cdot \sqrt{5^2}$	| propiedad de potencias
$9 \cdot 5$	| elevar al cuadrado

Lo anterior se utiliza para raíces que estén multiplicadas por un número.

Actividad propuesta: Desarrolla la página 23, 24 y 26 del texto escolar, a continuación, están las imágenes pegadas, pero si tienes tu texto puedes hacerlas allí.

Pagina 23

Actividades de proceso

1. Ordena de menor a mayor los siguientes números irracionales:

$$2\sqrt{5};\ 4\sqrt{2};\ 2\sqrt{3};4\sqrt{3}$$

Para ordenar números representados con raíces cuadradas, una técnica apropiada consiste en elevar al cuadrado cada número y ordenarlos según corresponda al orden de los valores obtenidos.

$(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$

$(4\sqrt{2})^2 = 4^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 16 \cdot 2 = 32$

$(2\sqrt{5})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = \boxed{}$

$(4\sqrt{3})^2 = \boxed{}$

Ordena los números obtenidos de menor a mayor.

$$12 < \boxed{} < \boxed{} < \boxed{}$$

Y luego, los números irracionales en el mismo orden.

$$2\sqrt{3} < \boxed{} < \boxed{} < \boxed{}$$

Ayuda

Cuando a, $b > 1$, se cumple que:

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$$

El símbolo "⇔" indica doble condicionalidad. En el caso anterior, se puede interpretar como: "cuando $a < b$, necesariamente se cumple que $a^2 < b^2$".

Página 24

2. La propiedad que conserva el orden al elevar al cuadrado también es útil para aproximar números expresados con raíces cuadradas, mediante acotaciones sucesivas.
Por ejemplo, para acotar $\sqrt{10}$:

a. Decide entre qué números naturales está $\sqrt{10}$ observando las raíces cuadradas exactas.

$\sqrt{1} = 1$ $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{16} = 4$

Como 10 se encuentra entre $\square$ y $\square$, $\sqrt{10}$ está entre $\square$ y $\square$.

b. Para mejorar la aproximación, busca un número entre los dos anteriores, calcula su cuadrado y compáralo con los demás valores:

Por ejemplo, al escoger 3,5, y calcular su cuadrado: $3{,}5^2 = 12{,}25$:

$9 < 10 < 12{,}25$ $3 < \sqrt{10} < 3{,}5$

Repite el proceso, escogiendo algún número entre 3 y 3,5 $\square$. Luego, calcula su cuadrado $\square$ para comparar.

$\square < 10 < \square$ $\square < \sqrt{10} < \square$

c. Nuevamente, escoge un número $\square$, calcula su cuadrado $\square$ y compara:

$\square < 10 < \square$ $\square < \sqrt{10} < \square$

d. Si utilizas la calculadora $\sqrt{10} = 3{,}162277660168...$, ¿cuántos decimales correctos obtuviste con tu aproximación?, ¿dirías que es una buena aproximación? Justifica.

____

Ayuda

En general, al aproximar, hay siempre una diferencia con el valor real llamada **error**.

Si al aproximar un número cualquiera el número obtenido es menor, se ha aproximado por **defecto**. En cambio, si es mayor, se ha aproximado por **exceso**.

Cuando de los dos valores posibles se ha considerado aquel con el que se comete el menor error, se ha aproximado por **redondeo**.

Por ejemplo, para aproximar $\sqrt{10}$ a la centésima:

- $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, por defecto,
- $\sqrt{10} \approx 3{,}17$, por exceso,
- $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, por redondeo.

Página 26

Actividades de práctica

1. Determina una aproximación de los siguientes números, aplicando el método de aproximación por acotación sucesiva.

a. $\sqrt{6}$

b. $\sqrt{13}$

c. $\sqrt{27}$

d. $\sqrt{62}$

e. $\sqrt{90}$

f. $\sqrt{185}$

g. $\sqrt{240}$

h. $\sqrt{350}$

2. Ordena ascendentemente los siguientes números reales.

a. $\sqrt{26}$; $2\sqrt{3}$; $\frac{721}{200}$; $3{,}601$

b. $3\sqrt{5}$; $2\sqrt{3}$; $\frac{4}{8}$; $0{,}\overline{56}$

c. $\sqrt{6}$; $2\sqrt{2}$; $\frac{49}{20}$; $2{,}42$

d. $3\sqrt{2}$; $\sqrt{17}$; $\frac{13}{2}$; $4{,}2$

e. $\sqrt{10}$; $\sqrt{3}$; $\frac{1}{3}$; $2{,}5$

f. $2\sqrt{8}$; $\sqrt{15}$; $\frac{22}{5}$; $4{,}0\overline{8}$

3. Representa en una recta numérica, mediante construcción geométrica, el número real pedido en cada caso.

a. $\sqrt{2}$

b. $\sqrt{5}$

c. $\sqrt{10}$

d. $\sqrt{37}$

e. $\sqrt{50}$

f. $\sqrt{17}$

4. Responde las preguntas.

a. ¿Para qué crees que sirve aproximar? Explica con tus palabras.

b. ¿Es igual redondear que truncar? Explica utilizando un ejemplo.

c. Para determinar una mejor aproximación de un número, ¿se debe redondear o truncar? Justifica.

d. ¿Crees que los métodos vistos anteriormente sirven para aproximar raíces cúbicas?, ¿por qué?