

FUNCIÓN POTENCIA

OBJETIVO: CONOCER Y ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO DE UNA FUNCIÓN POTENCIA.



INSTRUCCIONES

- Escribe en tu cuaderno el título y objetivo
- Lee cada uno de las diapositivas y escribe en tu cuaderno los casos y su características, toma apunte de los mas importante.
- Luego realiza los ejercicios propuestos en las últimas diapositivas, realízalos en tu cuaderno.

FORMA DE UNA FUNCIÓN POTENCIA

- Se llama función potencia a cualquier expresión que se pueda escribir de la forma:

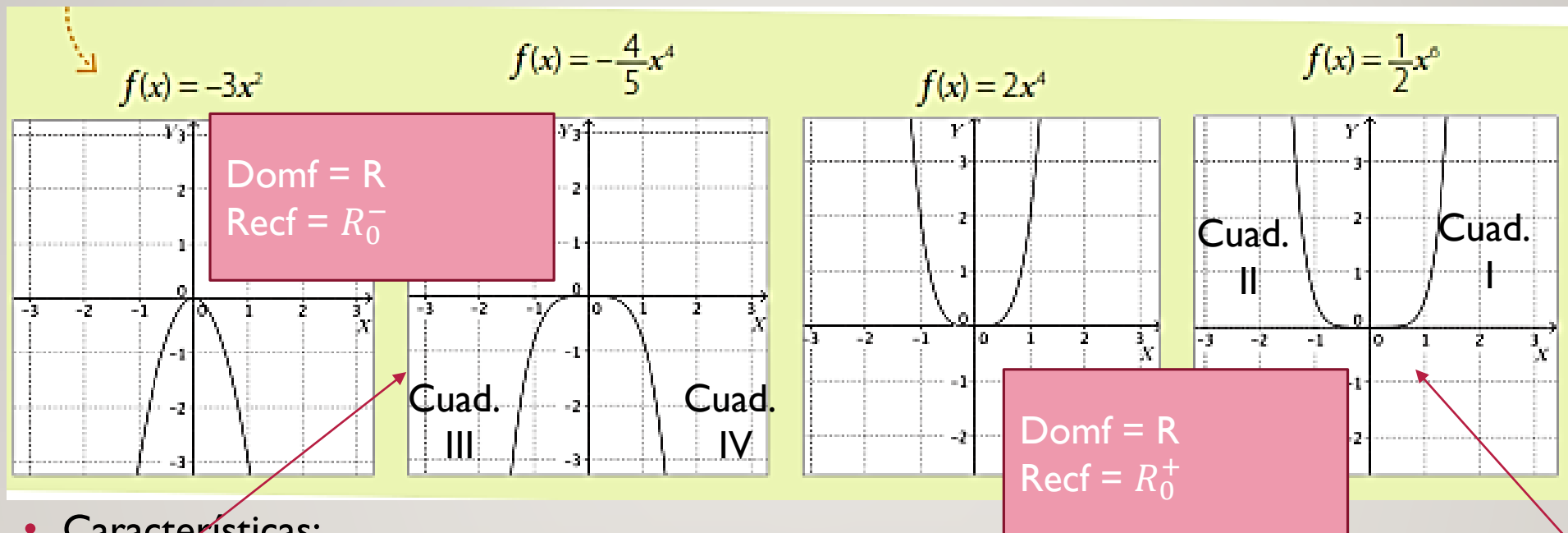
$$f(x) = ax^n$$

- En donde $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{Z} - \{0\}$, donde a es llamado coeficiente y n es llamado exponente.
- Ejemplo: $f(x) = 3x^2$, $f(x) = -5x^{-1}$, $f(x) = 0,2x^{15}$

La función potencia
se clasifican según su
exponente

Caso 1

FUNCIÓN POTENCIA DE EXPONENTE PAR POSITIVO



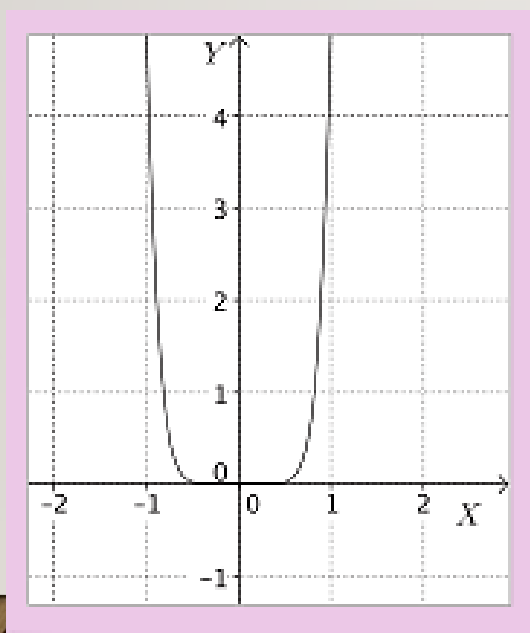
- Características:

- Si el coeficiente **a** es positivo la curva se abre hacia arriba y está dibujada en el I y II cuadrante
- Si el coeficiente **a** es negativo la curva se abre hacia abajo y está graficada en el III y IV cuadrante
- Si $|a| > 1$ la gráfica se contrae (Las ramas se acercan al eje Y, su crecimiento es mas rápido)
- Si $0 < |a| < 1$ la gráfica se dilata (Las ramas se alejan del eje Y, su crecimiento es mas lento)

¿CÓMO HACERLO?

DIBUJA Y DETERMINA EL DOMINIO Y RECORRIDO DE LA FUNCIÓN $f(x) = 5x^8$

- Lo primero que debes mirar es su exponente, como es 8, entonces es el caso 1
- Luego miramos el coeficiente a, como es positivo, indica que la curva se abre hacia arriba y como es mayor a uno o sea $|5| > 1$, entonces se contrae.

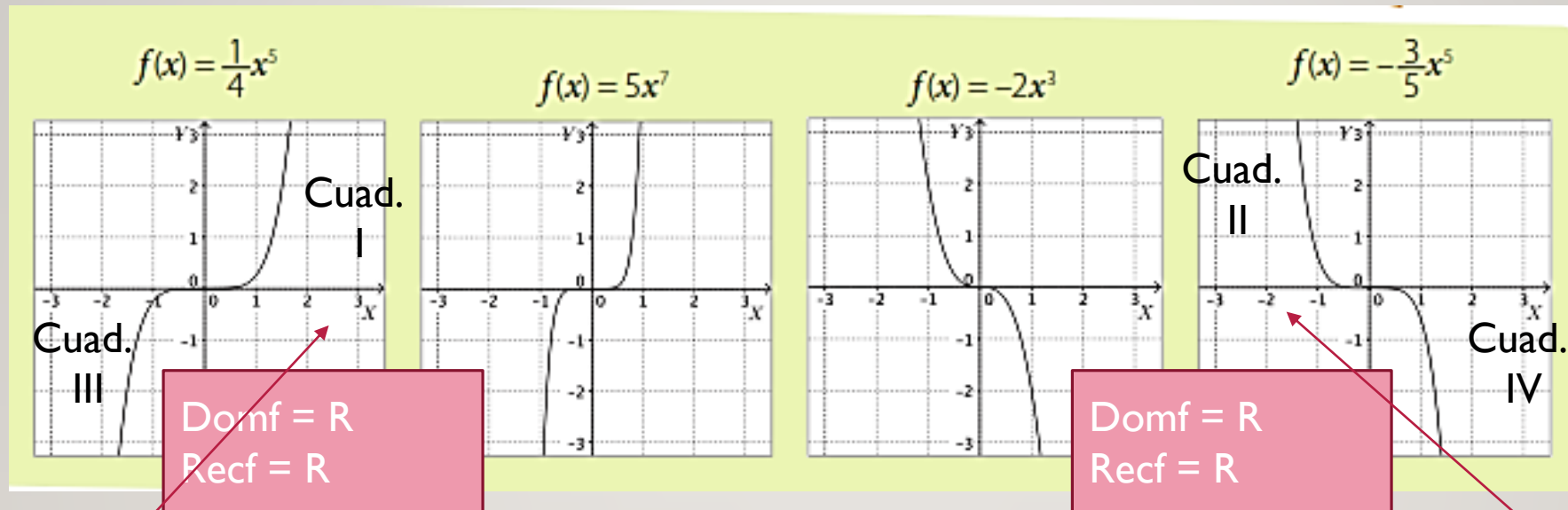


Dominio: miramos el eje x, nos damos cuenta que hay gráfica a la izquierda y derecha, por lo tanto cubre negativos, cero y positivo, por lo tanto su dominio son todos los reales. $\text{Dom} f : \mathbb{R}$

Recorrido: Miramos el eje Y, nos damos cuenta que hay gráfica solo arriba, por lo tanto cubre el cero y los positivos, entonces su recorrido es desde el cero hasta los reales positivos. $\text{Rec} f: \mathbb{R}_0^+$

Caso 2

FUNCIÓN POTENCIA DE EXPONENTE IMPAR POSITIVO



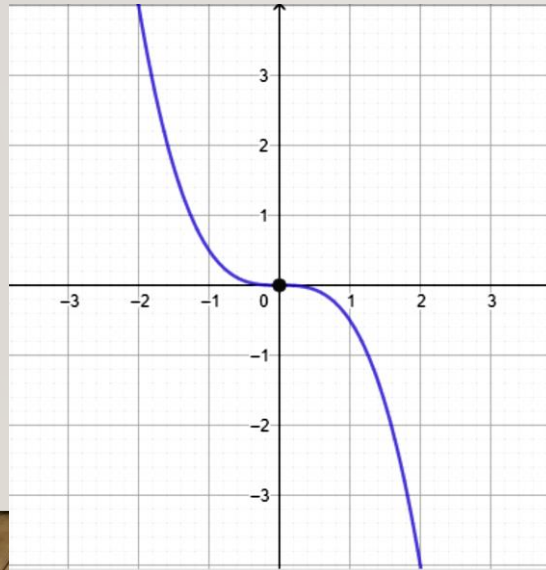
- Características:
 - Si el coeficiente a es positivo la grafica es **creciente** y esta dibujada en el I y III cuadrante
 - Si el coeficiente a es negativo la gráfica es **decreciente** y está graficada en el II y IV cuadrante
 - Si $|a| > 1$ la gráfica se contrae (Las ramas se acercan al eje Y, su crecimiento es mas rápido)
 - Si $0 < |a| < 1$ la gráfica se dilata (Las ramas se alejan del eje Y, su crecimiento es mas lento)

¿CÓMO HACERLO?

DIBUJA Y DETERMINA EL DOMINIO Y RECORRIDO DE LA FUNCIÓN $f(x) = \frac{-1}{2}x^3$

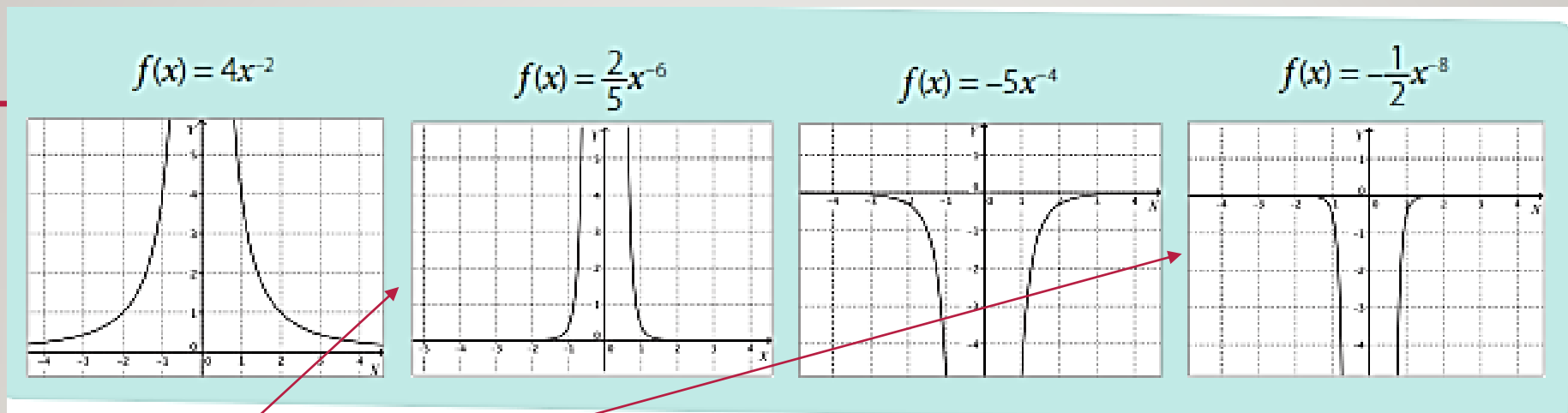
- Lo primero que debes mirar es su exponente, como es 3, entonces es el caso 2
- Luego miramos el coeficiente a, como es NEGATIVO , indica que la curva es decreciente y como su valor absoluto esta entre cero y uno o sea $0 < \left| \frac{-1}{2} \right| < 1$, entonces se dilata.

-



Dominio: \mathbb{R}
Recorrido: \mathbb{R}

Caso 3 FUNCIÓN POTENCIA DE EXPONENTE PAR NEGATIVO

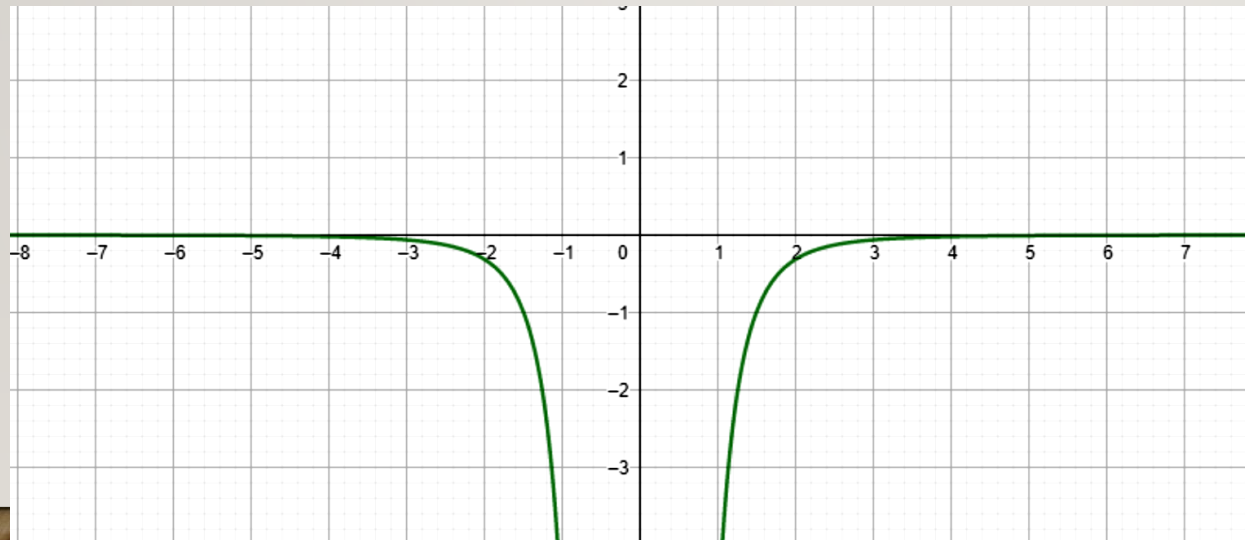


- Si el coeficiente **a** es positivo la gráfica va de creciente a decreciente y esta dibujada en el I y II cuadrante
- Si el coeficiente **a** es negativo la gráfica va de decreciente a creciente y está graficada en el III y IV cuadrante
- Si $|a| > 1$ la gráfica se dilata (Las ramas se alejan al eje Y, su crecimiento es mas rápido)
- Si $0 < |a| < 1$ la gráfica se contrae (Las ramas se acercan del eje Y, su crecimiento es mas lento)
- En todos los casos tanto el dominio de f es el conjunto de todos los números reales menos el cero. Es decir, $\text{dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$, Sin embargo, el recorrido de f , depende del signo de **a**, si es positivo $\text{Rec } f: \mathbb{R}^+$, si es negativo $\text{Rec } f: \mathbb{R}^-$
- En este caso, los ejes X e Y son asíntotas de la función.

¿CÓMO HACERLO?

DIBUJA Y DETERMINA EL DOMINIO Y RECORRIDO DE LA FUNCIÓN $f(x) = -5x^{-4}$

- Lo primero que debes mirar es su exponente, como es -4, entonces es el caso 3
- Luego miramos el coeficiente **a**, como es **NEGATIVO** , indica que la curva se abre hacia abajo y pasa de decreciente a creciente, dibujada en el III y IV cuadrante, además como su valor absoluto es mayor a uno o sea $|-5| > 1$, entonces se dilata.



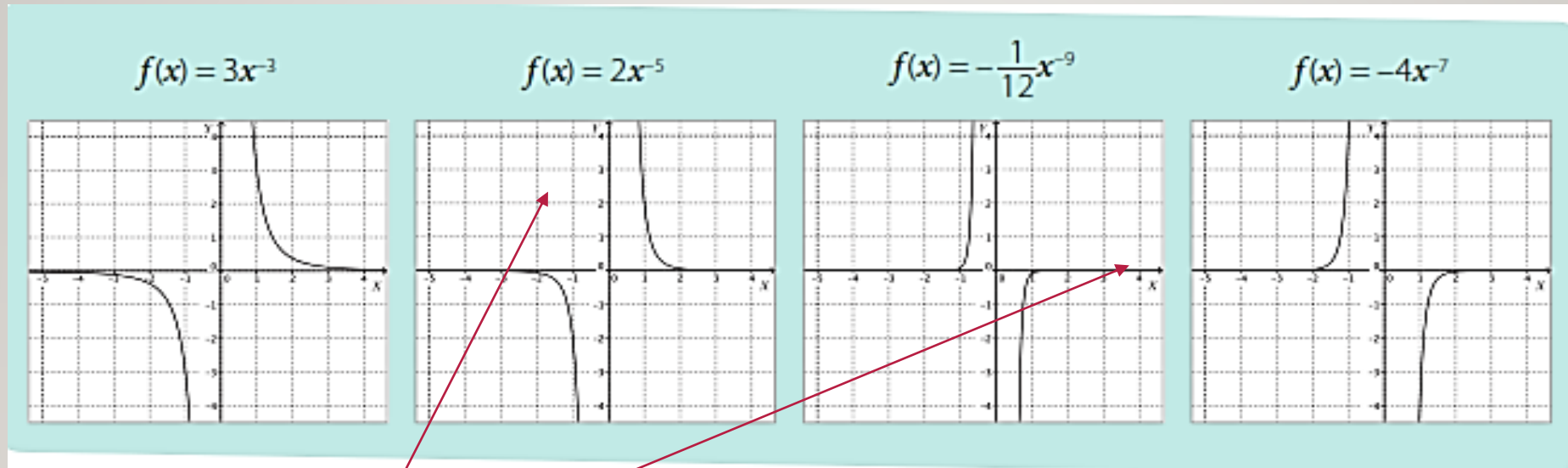
Domf: $\mathbb{R} - \{0\}$

Recf: \mathbb{R}^-

Asíntotas en X e Y

Caso 4

FUNCIÓN POTENCIAS DE EXPONENTE IMPAR NEGATIVO

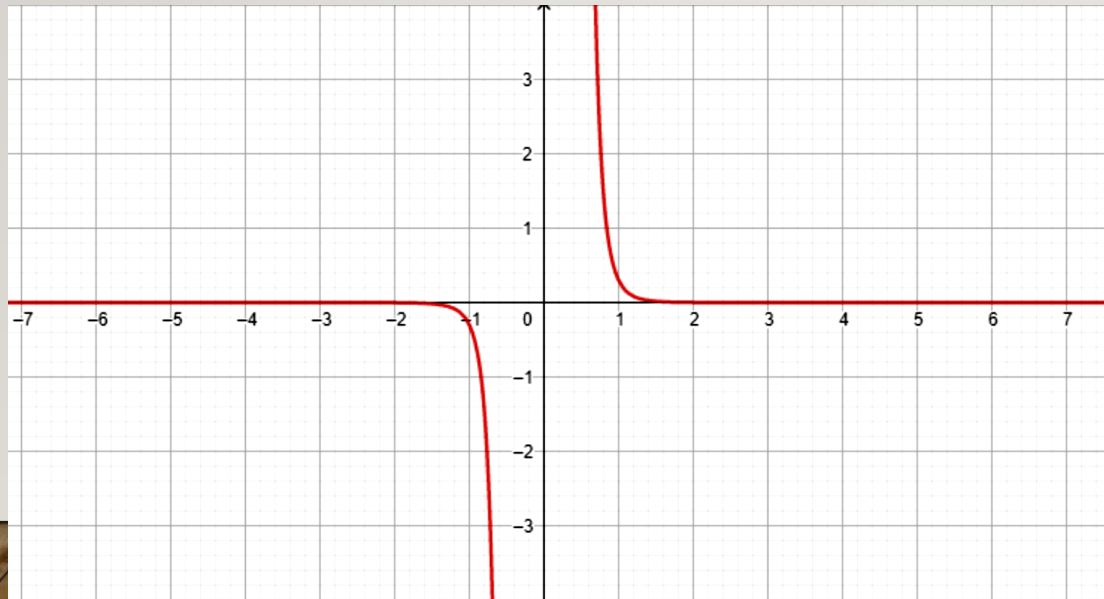


- Si el coeficiente **a** es positivo la grafica es **decreciente** y esta dibujada en el I y III cuadrante
- Si el coeficiente **a** es negativo la gráfica es **creciente** y está graficada en el II y IV cuadrante
- Si $|a| > 1$ la gráfica se dilata (Las ramas se alejan al eje Y, su crecimiento es mas rápido)
- Si $0 < |a| < 1$ la gráfica se contrae (Las ramas se acercan del eje Y, su crecimiento es mas lento)
- En todos los casos tanto el dominio de f como su recorrido es el conjunto de todos los números reales menos el cero. Es decir, $\text{dom } f = \text{rec } f = \mathbb{R} - \{0\}$. En este caso, los ejes X e Y son asíntotas de la función.

¿CÓMO HACERLO?

DIBUJA Y DETERMINA EL DOMINIO Y RECORRIDO DE LA FUNCIÓN $f(x) = 0,3x^{-7}$

- Lo primero que debes mirar es su exponente, como es -7, entonces es el caso 4
- Luego miramos el coeficiente **a**, como es POSITIVO , indica que la curva va decreciente a creciente, dibujada en el I y III cuadrante, además como su valor absoluto está entre cero y uno o sea $0 < |0,3| < 1$ la gráfica se contrae.



Domf: $\mathbb{R} - \{0\}$

Recf: $\mathbb{R} - \{0\}$

Asintotas en X e Y

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De las siguientes funciones, ¿cuál o cuáles son funciones potencia? Justifica tu respuesta en cada caso.

a. $f(x) = x^3$

c. $f(x) = x^{-4}$

e. $f(x) = 9x^2 + 3$

b. $f(x) = -x^2$

d. $f(x) = -7x^6$

f. $f(x) = 3 \cdot 5^x$

2. Sin construir ninguna gráfica, determina el dominio y el recorrido de las siguientes funciones.

a) $f(x) = 7x^8$

b) $f(x) = -4x^4$

c) $f(x) = x^{-2}$

d) $f(x) = 3x^{-7}$

e) $f(x) = 0,3x^5$

f) $f(x) = -1,25x^9$

g) $f(x) = 0,6x^{-5}$

h) $f(x) = -1,2x^{-8}$

i) $f(x) = \sqrt{3}x^{36}$

j) $f(x) = -5x^{67}$

k) $f(x) = 16x^{-20}$

l) $f(x) = -\sqrt{2}x^{-13}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

3. Grafica a mano alzada las siguientes funciones potencias, teniendo en cuenta las características de cada función según su caso e indica su dominio y recorrido.

1) $f(x) = 3x^4$

2) $f(x) = -2x^3$

3) $f(x) = \frac{-1}{2}x^2$

4) $f(x) = 4x^{-6}$

5) $f(x) = -0,6x^{-3}$

6) $f(x) = 0,5x^7$

7) $f(x) = 2x^{-4}$