ECUACIONES CUADRÁTICAS

Objetivo: Resolver Ecuación cuadrática.

CLASE ANTERIOR

¿Cómo se define una ecuación cuadrática?

Se dice que una ecuación es **cuadrática**, o de segundo grado con una incógnita, cuando después de reducir sus términos semejantes se puede ordenar como: $ax^2 + bx + c = 0$. Los coeficientes a, b y c corresponden a números reales y a debe ser distinto de cero ($a \neq 0$).

Asi por ejemplos las expresiones :

$$ax^2 - c = 0$$
$$ax^2 \pm bx = 0$$
$$ax^2 + bx = c$$

también son ecuaciones cuadráticas

Una ecuación cuadrática puede tener a lo más **dos soluciones** en los números reales.

Caso 1: Resolver ecuaciones del tipo

$$ax^2 - c = 0$$

- Este tipo de ecuación cuadrática incompleta, ya que falta el termino bx, se resuelve despejando la incógnita x^2 y luego sacando la raíz cuadrada de los términos

- Es decir: $ax^2 - c = 0$

$$ax^2 = c$$

$$x^2 = \frac{c}{a}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}} \qquad x_2 = -\sqrt{\frac{c}{a}}$$

Caso 2: Resolver ecuaciones del tipo

$$ax^2 \pm bx = 0$$

- Este tipo de ecuación cuadrática incompleta, ya que falta el termino c, se resuelve utilizando la factorización por un término común que seria x.
- Es decir: $ax^2 - bx = 0$

$$x \cdot (ax - b) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad ax - b = 0$$

$$x_2 = \frac{b}{a}$$

- Caso 3: Resolver ecuaciones del tipo $x^2 + bx + c = 0$ factorizable

  - Este tipo de ecuación tiene todo los coeficientes, a, b y c, y además es factorizable por un trinomio de términos cuadráticos con factor común:
  - Recordar Factorización : $x^2 + \overbrace{(d+e)}^{b}x + \overbrace{de}^{c} = (x+d)(\mathrm{x}+\mathrm{e})$

- Entonces: Para resolver la ecuación esta se factoriza por la factorización anterior y luego se separan los factores igualados a cero, se resuelven y se obtienen las soluciones.

Ejemplo: $x^2 + 5x + 6 = 0$

$3+2 \quad 3\cdot 2$

$(x+3)(x+2) = 0$

$x+3=0 \qquad x+2=0$

$\boxed{x=-3} \qquad \boxed{x=-2}$

Ejemplo: $x^2 + 2x - 15 = 0$

$-3+5 \quad -3\cdot 5$

$(x-3)(x+5) = 0$

$x-3=0 \qquad x+5=0$

$\boxed{x=3} \qquad \boxed{x=-5}$

Ejemplos: Resuelve

① $x^2 + 6x + 8 = 0$ (2+4, 2·4)

$(x+2)(x+4)=0$

$x+2=0$ $\quad$ $x+4=0$

$\boxed{x=-2}$ $\quad$ $\boxed{x=-4}$

② $x^2 - 3x - 10 = 0$ (-5+2, -5·2)

$(x-5)(x+2)=0$

$x-5=0$ $\quad$ $x+2=0$

$\boxed{x=5}$ $\quad$ $\boxed{x=-2}$

③ $x^2 - 7x + 12 = 0$ (-4+-3, -4·-3)

$(x-4)(x-3)=0$

$x-4=0$ $\quad$ $x-3=0$

$\boxed{x=4}$ $\quad$ $\boxed{x=3}$

④ $x^2 + 10x + 25 = 0$ (5+5, 5·5)

$(x+5)(x+5)=0$

$x+5=0$ $\quad$ $x+5=0$

$\boxed{x=-5}$ $\quad$ $\boxed{x=-5}$

⑤ $x^2 - 8x + 12 = 0$ (-6+-2, -6·-2)

$(x-6)(x-2)=0$

$x-6=0$ $\quad$ $x-2=0$

$\boxed{x=6}$ $\quad$ $\boxed{x=2}$

⑥ $x^2 + 6x + 5 = 0$ (5+1, 5·1)

$(x+5)(x+1)=0$

$x+5=0$ $\quad$ $x+1=0$

$\boxed{x=-5}$ $\quad$ $\boxed{x=-1}$

Caso 4: Resolver ecuaciones del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$FORMULA\ GENERAL$$

- Esta fórmula sirve para resolver cualquier ecuación cuadrática de cualquiera de los 3 casos anteriores o una no calificada en algún caso…ósea cualquieeeeeraaaa.
- Solo debes identifica bien los coeficientes a, b y c

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: $\underline{3x^2} - \underline{5x} + \underline{2} = 0$

$a = 3$

$b = -5$

$c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6}^{:2} = \frac{2}{3}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

El discriminante me indica el tipo de soluciones que tendrá la ecuación cuadrática.

DISCRIMINANTE DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

FÓRMULA GENERAL

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(+) $\Delta > 0$	Dos raices reales diferentes	→ 2 soluciones
$\Delta = 0$	Dos raices reales iguales	→ 1 solución
(−) $\Delta < 0$	Dos raices complejas diferentes	→ No tiene soluciones reales

Ejemplo: Indica el tipo de solución o raíces, de la siguientes ecuaciones:

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$a = 1$
$b = 6$
$c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$
$\Delta = 36 - 36$
$\Delta = 0$

∴ Tiene dos soluciones reales iguales
∃ una solución Real

$4x^2 - 5 = 0$

$a = 4$
$b = 0$
$c = -5$

$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 4 \cdot -5$
$\Delta = 0 + 80$
$\Delta = 80 \ (+)$

∴ tiene 2 soluciones reales distintas

$x^2 - 3x + 5 = 0$

$a = 1$
$b = -3$
$c = 5$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$
$\Delta = 9 - 20$
$\Delta = -11 \ (-)$

∴ No tiene soluciones reales.