

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Objetivo: Resolver Ecuación cuadrática.

¿Cómo se define una ecuación cuadrática?

Se dice que una ecuación es **cuadrática**, o de segundo grado con una incógnita, cuando después de reducir sus términos semejantes se puede ordenar como:
 $ax^2 + bx + c = 0$. Los coeficientes a , b y c corresponden a números reales y a debe ser distinto de cero ($a \neq 0$).


Así por ejemplos las expresiones :

$$\begin{aligned} ax^2 - c &= 0 \\ ax^2 \pm bx &= 0 \\ ax^2 + bx &= c \end{aligned}$$

también son ecuaciones cuadráticas

Una ecuación cuadrática puede tener a lo más **dos soluciones** en los números reales.

Caso 1: Resolver ecuaciones del tipo


$$ax^2 - c = 0$$


- Este tipo de ecuación cuadrática incompleta, ya que falta el termino bx , se resuelve despejando la incógnita x^2 y luego sacando la raíz cuadrada de los términos


- Es decir: $ax^2 - c = 0$

$$ax^2 = c$$

$$x^2 = \frac{c}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$


$$x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}}$$


$$x_2 = -\sqrt{\frac{c}{a}}$$

Caso 2: Resolver ecuaciones del tipo

$$ax^2 \pm bx = 0$$

- Este tipo de ecuación cuadrática incompleta, ya que falta el término c , se resuelve utilizando la factorización por un término común que sería x .

- Es decir: $ax^2 - bx = 0$

$$x \cdot (ax - b) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$ax - b = 0$$

$$x_2 = \frac{b}{a}$$

- Caso 3: Resolver ecuaciones del tipo $x^2 + bx + c = 0$ factorizable

- Este tipo de ecuación tiene todos los coeficientes, a, b y c, y además es factorizable por un trinomio de términos cuadráticos con factor común:

- Recordar Factorización: $x^2 + \overbrace{(d+e)}^b x + \overbrace{de}^c = (x + d)(x + e)$

- Entonces: Para resolver la ecuación esta se factoriza por la factorización anterior y luego se separan los factores igualados a cero, se resuelven y se obtienen las soluciones.

Ejemplo: $x^2 + \overset{3+2}{5}x + \overset{3 \cdot 2}{6} = 0$

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$
$$\begin{array}{cc} x + 3 = 0 & x + 2 = 0 \\ \boxed{x = -3} & \boxed{x = -2} \end{array}$$

Ejemplo: $x^2 + \overset{-3+5}{2}x - \overset{-3 \cdot 5}{15} = 0$

$$(x - 3)(x + 5) = 0$$
$$\begin{array}{cc} x - 3 = 0 & x + 5 = 0 \\ \boxed{x = 3} & \boxed{x = -5} \end{array}$$

Ejemplos: Resuelve

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 6x + 8 = 0$$

$2+4 \quad 2 \cdot 4$

$$(x+2)(x+4) = 0$$
$$x+2=0 \quad x+4=0$$
$$\boxed{x=-2} \quad \boxed{x=-4}$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 3x - 10 = 0$$

$-5+2 \quad -5 \cdot 2$

$$(x-5)(x+2) = 0$$
$$x-5=0 \quad x+2=0$$
$$\boxed{x=5} \quad \boxed{x=-2}$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$-4+3 \quad -4 \cdot 3$

$$(x-4)(x-3) = 0$$
$$x-4=0 \quad x-3=0$$
$$\boxed{x=4} \quad \boxed{x=3}$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 + 10x + 25 = 0$$

$5+5 \quad 5 \cdot 5$

$$(x+5)(x+5) = 0$$
$$x+5=0 \quad x+5=0$$
$$\boxed{x=-5} \quad \boxed{x=-5}$$

$$\textcircled{5} \quad x^2 - 8x + 12 = 0$$

$-6+2 \quad -6 \cdot 2$

$$(x-6)(x-2) = 0$$
$$x-6=0 \quad x-2=0$$
$$\boxed{x=6} \quad \boxed{x=2}$$

$$\textcircled{6} \quad x^2 + 6x + 5 = 0$$

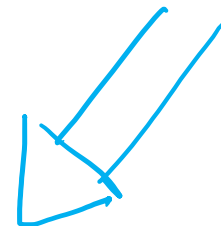
$5+1 \quad 5 \cdot 1$

$$(x+5)(x+1) = 0$$
$$x+5=0 \quad x+1=0$$
$$\boxed{x=-5} \quad \boxed{x=-1}$$

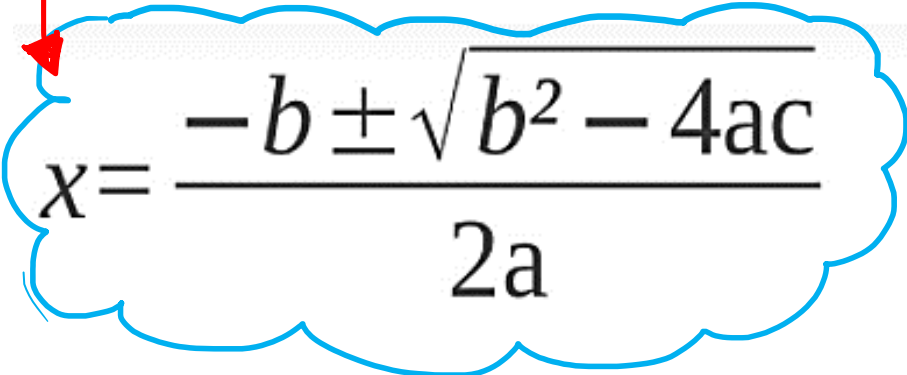
Caso 4: Resolver ecuaciones del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0$$

FORMULA GENERAL



- Esta fórmula sirve para resolver cualquier ecuación cuadrática de cualquiera de los 3 casos anteriores o una no calificada en algún caso...ósea cualquieeeeeraaaa.
- Solo debes identifica bien los coeficientes a, b y c


$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: $\underline{3x^2} - \underline{5x} + \underline{2} = 0$

$$a = 3$$

$$b = -5$$

$$c = 2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

El discriminante me indica el tipo de soluciones que tendrá la ecuación cuadrática.

DISCRIMINANTE DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

FÓRMULA GENERAL

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(+)

$$\Delta > 0$$

Dos raíces reales diferentes

2 soluciones

$$\Delta = 0$$

Dos raíces reales iguales

1 solución

(-)

$$\Delta < 0$$

Dos raíces complejas diferentes

No tiene soluciones reales

Ejemplo: Indica el tipo de solución o raíces, de la siguientes ecuaciones:

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 6$$

$$c = 9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$

$$\Delta = 36 - 36$$

$$\Delta = 0$$

∴ Tiene dos soluciones reales iguales
o una solución Real

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$a = 4$$

$$b = 0$$

$$c = -5$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 4 \cdot -5$$

$$\Delta = 0 + 80$$

$$\Delta = 80 (+)$$

∴ tiene 2 soluciones
reales distintos

$$x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -3$$

$$c = 5$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 9 - 20$$

$$\Delta = -11 (-)$$

∴ No tiene soluciones
reales.