Resumen Potencias

POTENCIAS EN LOS REALES

Sea, $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$, se define una potencia como la multiplicación n veces de un número a, por sí mismo. La potencia se escribe $a^n = b$, donde a es la base, n es el exponente y b el resultado.

En las potencias se cumple:

- $a^0 = 1$, si $a \neq 0$
- $0^n = 0$, si $n > 0$
- $n^1 = n$
- 0^0, no está determinado.

Ejemplo:

En la potencia 3^5, la base es 3 y el exponente es 5. $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

a. Signo de una potencia

Exponente par

El signo de una potencia de exponente par es siempre positivo, a menos que la base sea cero.

Ejemplo:

- $(-9)^2 = -9 \cdot -9 = 81$
- $(7-4)^2 = (4-7)^2 = 9$

Nota: $(-9)^2 \neq -9^2$

Exponente Impar

El signo de una potencia de exponente impar es igual al signo de numero de la base, ya sea utilicemos o no paréntesis.

Ejemplo:

- $(-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$
- $(7-4)^3 = -(4-7)^3 = -(-27) = 27$

Nota: $(-9)^3 = -9^3$

b. Propiedades de las potencias

Considere que a, b, m, n son números reales distintos de cero

i. **Multiplicación de potencias de igual base.**
Se conserva la base y se suman los exponentes. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ Ej: $8^2 \cdot 8^3 = 8^{2+3} = 8^5$

ii. **División de potencias de igual base.**
Se conserva la base y restan los exponentes. $a^n \div a^m = a^{n-m}$ Ej: $12^7 \div 12^3 = 12^{7-3} = 12^4$

iii. **Potencia de una potencia.**
Se conserva la base y se multiplican los exponentes. $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{n \cdot m}$ Ej: $(7^2)^3 = (7^3)^2 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$

iv. **Multiplicación de potencias de distinta base e igual exponente.**
Se multiplican las bases y se mantiene el exponente. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ Ej: $(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2$

v. **División de potencias de distinta base e igual exponente.**
Se dividen las bases y se mantiene el exponente. $(a : b)^n = a^n : b^n$ Ej: $(5:2)^6 = 5^6 : 2^6$

vi. **Potencias de exponente negativo.**
Se invierte la fracción y se cambia el signo del exponente. (La base debe ser distinta de cero) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ Ej: $2^{-8} = \frac{1}{2^8}$

vii. **Fracciones con exponente negativo.**

Se invierte numerador y denominador y se cambia el signo del exponente. (El numerador y denominador deben ser distintos de cero)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \qquad \text{Ej: } \left(\frac{7}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{3}$$

viii. **Suma y resta de ponencias.**

Si bien no existen propiedades para la suma y resta de potencias, es posible aplicar la factorización para reducirlas.

$$\text{Ej: } 7^{12} + 7^{14} = 7^{12} \cdot (1 + 7^{2}) = 7^{12} \cdot (1 + 49) = 7^{12} \cdot 50$$

Ejercicios PSU

1. ¿Cuáles de las siguientes operaciones dan como resultado 41 ?

I) $2^4 + 5^2$
II) $6 \cdot 7 - 6^0 \cdot 7^0$
III) $7^2 - 2^3$

A) Sólo I y II
B) Sólo I y III
C) Sólo II y III
D) I, II y III
E) Ninguna de ellas

2. Si $9 \cdot 9 = 3^x$, entonces $x =$

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6
E) 27

3. $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 =$

A) 4^{16}
B) 4^6
C) 4^2
D) 2^{16}
E) 0

4. Se tiene un círculo de área 64 cm^2. Si el radio del círculo se duplica cada 2 minutos, entonces el área del círculo obtenido a los 50 minutos será

A) $2^{25} \cdot 64\ cm^2$
B) $2 \cdot 64 \cdot 50\ cm^2$
C) $2 \cdot 64 \cdot 25\ cm^2$
D) $2^{50} \cdot 64\ cm^2$
E) $64 \cdot 25\ cm^2$